

FÍSICA FUNDAMENTAL

1º Semestre de 2011
Prof. Maurício Fabbri

© 2004-11

4ª Série de Exercícios

Cinemática – Parte I
Movimento unidimensional

1. DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DO MOVIMENTO E SISTEMA DE REFERÊNCIA

- (I) O movimento de um corpo é registrado anotando a posição que ele ocupa em cada instante de tempo. Para isso, é preciso um *sistema de referência*, que consiste em uma régua e um relógio.

Em cada instante t marcado pelo relógio, a régua mede a posição s que ele ocupa.

Desse modo, o movimento do corpo é expresso por uma função $s = s(t)$.

A velocidade média do móvel entre dois instantes t_1 e t_2 será $V_m = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$.

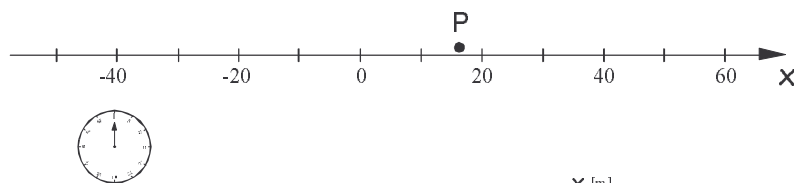
Dizemos que o móvel sofreu um deslocamento $\Delta s = s(t_2) - s(t_1)$ durante o intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$. Com essa notação, a velocidade média é $V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Note que V_m pode variar com o tempo e com o intervalo de tempo considerado, a menos que o corpo se mova com velocidade constante.

O movimento retilíneo com velocidade constante é chamado de movimento retilíneo uniforme (MRU).

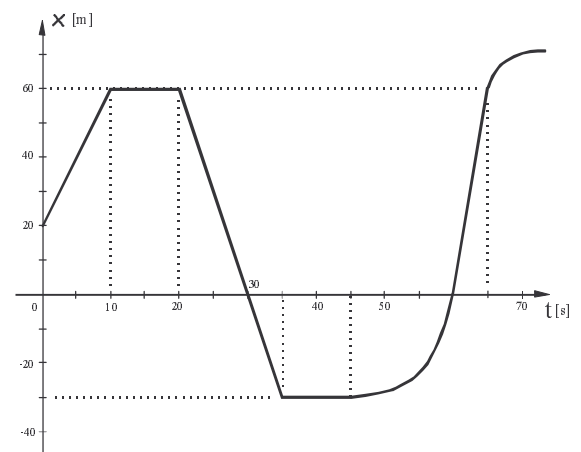
Note que a velocidade pode ter sinal positivo ou negativo, conforme a direção do movimento em relação à régua de referência.

Exercício 1. Um ponto P se move em linha reta. Para registrar seu movimento, adota-se uma régua x graduada em metros, e um cronômetro graduado em segundos.

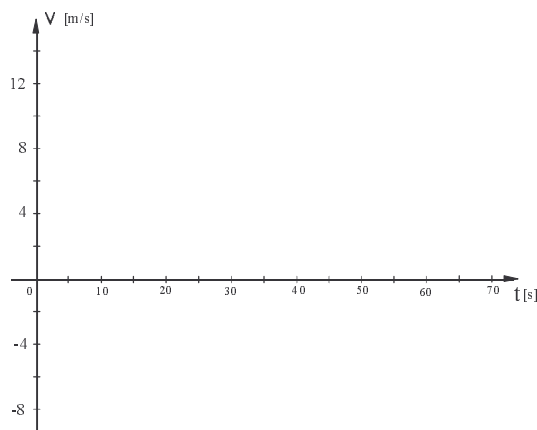


O gráfico horário do movimento ficou registrado como na figura ao lado.

- Qual a posição inicial de P?
- Qual a velocidade inicial de P?
- Entre quais instantes o ponto P se move com velocidade constante?
- Entre quais instantes o ponto P está parado?



- (e) Calcule a velocidade de P entre os instantes
 i) 0-10s ii) 10-20s iii) 20-35s iv) 35s-45s
 (f) Em quais instantes o móvel passa pela posição $x = 0$?
 (g) Em quais instantes o móvel passa pela posição $x = 40\text{m}$?
 (h) Calcule a velocidade média de P entre os instantes
 i) 0-20s ii) 0-30s iii) 35s-60s
 (i) Entre quais instantes a velocidade de P está aumentando?
 (j) Entre quais instantes a velocidade de P está diminuindo?
 (k) Esboce o gráfico da velocidade de P em função do tempo.



- (II) (a *idéia de Newton e Leibniz e o nascimento do cálculo*) A velocidade instantânea do móvel, em um certo instante t , pode ser calculada medindo o deslocamento do corpo em intervalos de tempo Δt cada vez menores ao redor do instante t . Na notação moderna, escrevemos

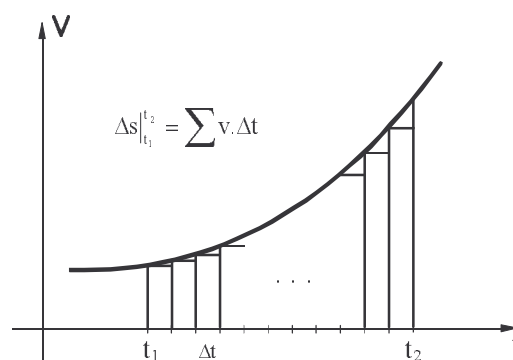
$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

2. O CÁLCULO DO DESLOCAMENTO A PARTIR DO COMPORTAMENTO DA VELOCIDADE

- (III) Quando o móvel se move com velocidade constante durante um intervalo de tempo Δt , seu deslocamento (mudança de posição) pode ser calculado como $\Delta s = v \cdot \Delta t$. Se a velocidade estiver variando, observamos o movimento durante uma série de pequenos intervalos de tempo Δt bem pequenos, de modo que a velocidade fique praticamente constante durante cada intervalo.

Seja $v(t)$ a função que define a velocidade que o móvel tem em cada instante de tempo.

Caso se deseje obter o deslocamento do móvel durante os instantes de tempo t_1 e t_2 , dividimos esse intervalo em uma infinidade de intervalos de tempo bem pequenos, calculamos o deslocamento durante cada intervalo por $v(t) \cdot \Delta t$, e somamos os resultados (note que é preciso considerar o sinal correto de v !). Isso equivale a encontrar o valor da área sob o gráfico de $v(t)$ entre os instantes t_1 e t_2 .



Esse resultado pode ser rigorosamente provado como correto:

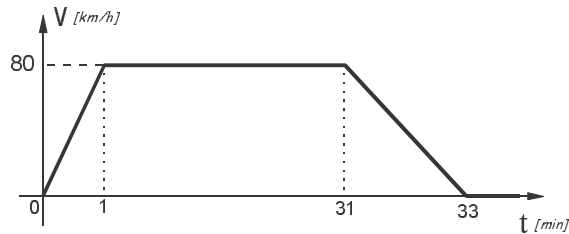
deslocamento do móvel entre t_1 e $t_2 = \text{área (com sinal!)} \text{ sob o gráfico de } v(t) \text{ entre } t_1 \text{ e } t_2$

Exercício 2. Um automóvel se desloca a partir do repouso, com sua velocidade aumentando de forma constante até atingir 90km/h em dez segundos.

- (a) Qual o deslocamento do automóvel, em metros, durante esses dez segundos?
 (b) Qual o deslocamento durante uma freada de 5s até o repouso?

(respostas com três significativos)

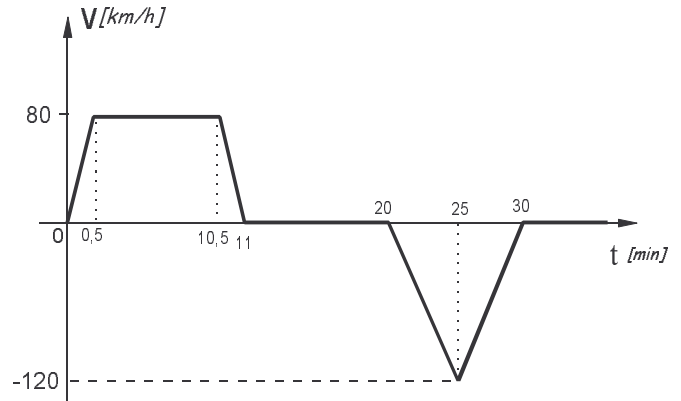
Exercício 3. O gráfico da velocidade *versus* tempo de um automóvel durante uma viagem é como abaixo:



- (a) Qual a distância total percorrida?
 (b) Qual foi a velocidade média durante a viagem?

Exercício 4. Um automóvel faz um percurso de modo que a sua velocidade varia com o tempo conforme mostra o gráfico ao lado.

- (a) Qual o deslocamento total do automóvel?
 (b) Se o consumo do automóvel é de oito quilômetros por litro, calcule a quantidade total de combustível consumida.
 (c) Qual foi a velocidade média nos onze primeiros minutos?
 (d) Qual foi a velocidade média nos dez minutos finais?



Exercício 5. Uma pedra é atirada para baixo no instante $t = 0$, do alto de um precipício de 200m de altura. A velocidade da pedra, durante a queda, é dada por:

$$v(t) = 8,0 + 9,8t \quad \begin{cases} t \text{ em segundos} \\ v \text{ em m/s} \end{cases}$$

- (a) Com que velocidade a pedra foi lançada? (responda em m/s e em km/h)
 (b) Em que instante a pedra atinge o solo?
 (c) Com que velocidade, em km/h, a pedra atinge o solo?
 (d) Calcule a velocidade média da pedra durante a queda.
 (e) Calcule o deslocamento da pedra durante os primeiros três segundos.
 (f) Calcule a velocidade média da pedra durante os primeiros três segundos.
 (g) Calcule o deslocamento da pedra durante o último segundo.
 (h) Calcule a velocidade média da pedra durante o último segundo.

(respostas com três significativos)

(IV) (Newton, Leibniz e o cálculo) O cálculo da área, no caso geral, pode ser feito dividindo o intervalo de tempo em um número cada vez maior de subintervalos. Na notação moderna:

$$s_2 - s_1 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{t_1}^{t_2} v \Delta t = \int_{t_1}^{t_2} v dt$$

3. ACELERAÇÃO

(V) A aceleração é definida como a taxa de variação da velocidade. A aceleração média entre dois instantes t_1 e t_2 é $A_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Note que a unidade de aceleração, no SI, é m/s^2 .

Exercício 6. Um automóvel se desloca a partir do repouso, com sua velocidade aumentando de forma constante até atingir 120km/h em dez segundos. Expresse essa aceleração em km/(h.s) e em m/s^2 .

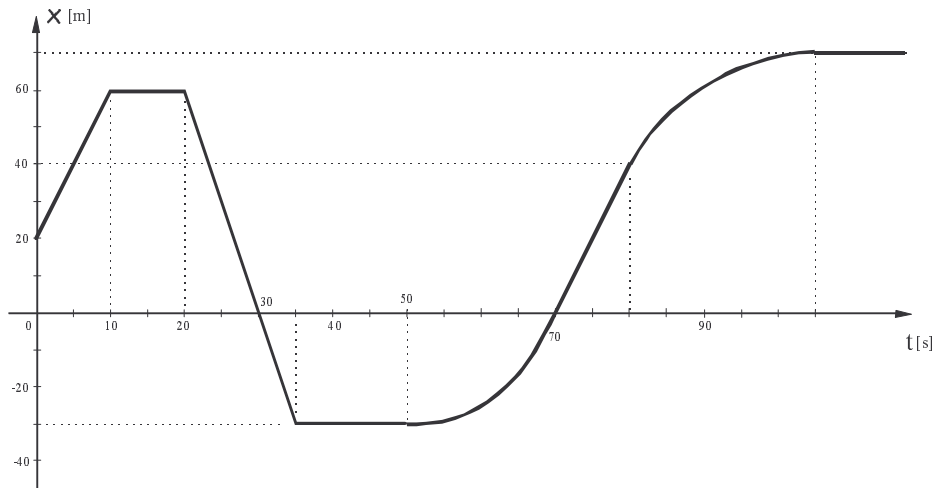
(VI) No MRU, a aceleração é zero, uma vez que a velocidade não muda.

(VII) No movimento retilíneo com aceleração constante, a velocidade varia com uma taxa constante. Chamamos esse tipo de movimento de MRUV (movimento retilíneo uniformemente variado).

(VIII) É preciso atentar para os sinais corretos da velocidade e da aceleração.

- Se, num certo instante de tempo, um corpo está se deslocando de modo que o valor da coordenada que mede a sua posição está aumentando com o tempo, então sua velocidade é positiva nesse instante. ($\Delta s > 0 \Rightarrow v > 0$)
- Se, num certo instante de tempo, um corpo está se deslocando de modo que o valor da sua velocidade está aumentando com o tempo, então sua aceleração é positiva nesse instante. ($\Delta v > 0 \Rightarrow a > 0$)

Exercício 7. Um móvel se desloca a partir do instante $t = 0$, de modo que o gráfico horário de sua posição seja como abaixo:



- Entre quais instantes a velocidade do corpo é positiva?
- Entre quais instantes a velocidade do corpo é nula?
- Entre quais instantes a velocidade do corpo é negativa?
- Entre quais instantes a aceleração do corpo é positiva?
- Entre quais instantes a aceleração do corpo é nula?
- Entre quais instantes a aceleração do corpo é negativa?
- esboce o gráfico horário da velocidade do móvel
- esboce o gráfico horário da aceleração do móvel
- qual o deslocamento Δs do móvel entre os instantes 0 e 110s ?
- quantos metros o corpo percorreu desde o instante 0 até o instante 110s ?

(IX) (Newton, Leibniz e o cálculo) Os valores instantâneos da posição, da velocidade e da aceleração estão relacionados entre si :

- a velocidade é a taxa de variação da posição: $v = \frac{ds}{dt}$
- o deslocamento é a área sob o gráfico da velocidade: $\Delta s = \int v dt$
- a aceleração é a taxa de variação da velocidade: $a = \frac{dv}{dt}$
- a variação de velocidade é a área sob o gráfico da aceleração: $\Delta v = \int a dt$
- a aceleração é a taxa de variação da taxa de variação da posição: $a = \frac{d^2s}{dt^2}$

4. FÓRMULAS HORÁRIAS PARA O MRU E MRUV

Para o MRU

$$\begin{aligned} s &= s_0 + vt \\ v &= \text{constante} \\ a &= 0 \end{aligned}$$

Para o MRUV:

$$\begin{aligned} s &= s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v &= v_0 + at \\ a &= \text{constante} \\ v^2 - v_0^2 &= 2a\Delta s \quad (\text{Torricelli}) \end{aligned}$$

Exercício 8. Dois automóveis partem simultaneamente, de Itatiba e de Jundiá. O carro A viaja para Jundiá a 80km/h e o carro B para Itatiba a 60km/h. A estrada tem marco de 25km em Jundiá e 45km em Itatiba. Em qual posição da estrada os carro vão se cruzar (*três significativos*) ? Depois de quanto tempo (*em minutos e segundos*) ?

Exercício 9. Um corpo se move sobre uma reta com aceleração constante de 2m/s^2 . Escreva a equação horária (posição *versus* tempo), esboce o gráfico de sua posição *versus* tempo e calcule o deslocamento do mesmo nos primeiros cinco segundos nos casos abaixo:

- Em $t=0$, o corpo se encontra na posição 5m com velocidade de 2m/s.
- Em $t=0$, o corpo se encontra na posição 5m com velocidade zero.
- Em $t=0$, o corpo se encontra na posição 5m com velocidade de -4m/s .
- Nas condições do item (c), em que instante a velocidade do corpo é nula? Qual a posição mais próxima da origem que o corpo atinge?

5. MOVIMENTO SOB A AÇÃO DA GRAVIDADE

(X) Próximo à superfície da Terra, a aceleração devida à gravidade é aproximadamente $9,81 \text{ m/s}^2$.

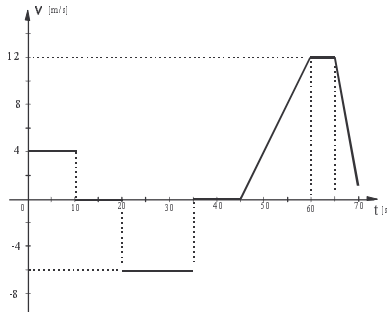
Exercício 10. Expresse a aceleração da gravidade em km/(h.s). Em quanto tempo um corpo lançado em queda livre, a partir do repouso, adquire uma velocidade de 120km/h? Quantos metros ele vai percorrer nesse início de queda? Com que velocidade (em km/h) uma pedra abandonada de uma altura de 70m atinge o solo?

Exercício 11. Uma pedra é lançada verticalmente para cima com velocidade inicial de 40km/h.

- Qual a altura máxima que a pedra atinge?
- Quanto tempo a pedra leva para voltar?

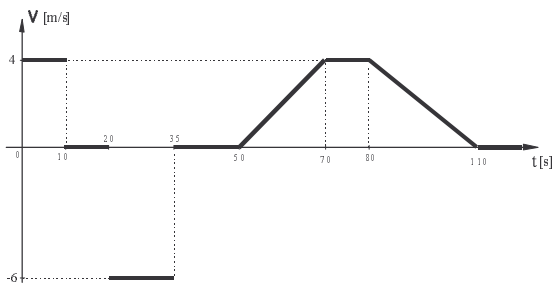
RESPOSTAS

1. (a) 20m (b) 4m/s (c) entre 0s e 10s, entre 20s e 35s e entre 60s e 65s
 (d) entre 10s e 20s e entre 35s e 45s (e) 4m/s ; 0 ; -6m/s ; 0 (f) t = 30s e t=60s
 (g) t=5s ; t = 23,3s ; t = 63,3s (h) 2m/s ; -0,67m/s ; 1,2m/s (i) entre 45s e 60s (j) a partir de t=65s

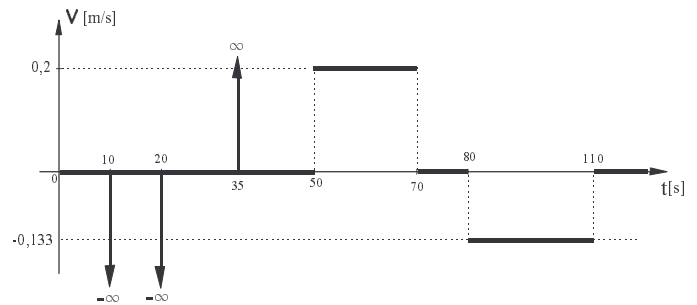


2. (a) 125m (b) 62,5m
 3. (a) 42km ; 76,4km/h
 4. (a) 4km (na verdade, o carro percorreu 24km) (b) 3 litros (c) 76,4km/h (d) -60km/h
 5. (a) 8,00m/s = 28,8km/h (b) 5,62s (c) 227km/h (d) 128km/h (e) 68,1m (f) 81,7km/h (g) 58,2m (h) 210km/h
 6. 12km(h.s) = 3,33m/s²
 7. (a) entre 0s e 10s e entre 50s e 110s (b) entre 10s e 20s, entre 35s e 50s e a partir de t=110s
 (c) entre 20s e 35s (d) entre 50s e 70s (e) entre 0s e 50s, entre 70s e 80s e a partir de t=110s
 (f) entre 80s e 110s (i) 50m (j) 230m

(g)

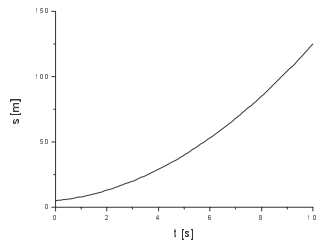


(h)



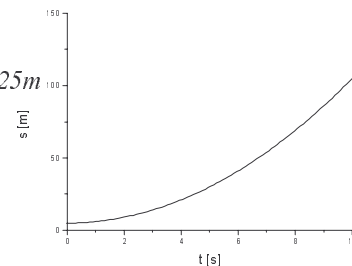
8. na posição 33,6km da estrada após 8min34s
 9. (a) $s = 5 + 2t + t^2$

$$\Delta s = 35m$$

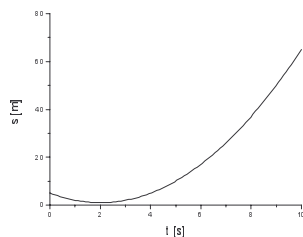


(b) $s = 5 + t^2$

$$\Delta s = 25m$$



(c) $s = 5 - 4t + t^2$
 $\Delta s = 5m$



(d) 2s ; 1m

10. 35km(h.s) ; 3,4s ; 57m ; 133km/h
 11. (a) 6,3m (b) 2,3s