

Cálculo Integral

Exercícios de reforço para a segunda prova

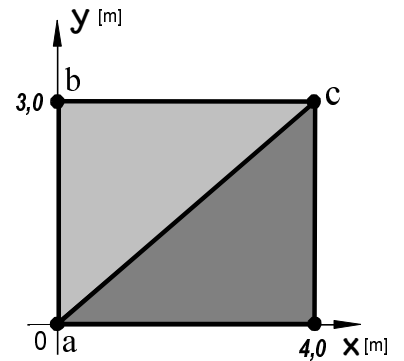
1º sem 2013 Prof. Fabbri

Exercício 1: A placa ao lado tem densidade em cada ponto dada por

$$\sigma(x, y) = \frac{5}{6} x^2 y^3. \quad [\text{kg/m}^2, \text{m}].$$

- (a) Calcule a massa total da placa.
 (b) Calcule qual a porcentagem da massa da placa que está na metade abc acima da diagonal.

Resp.: (a) $A=360\text{kg}$ (b) 57%

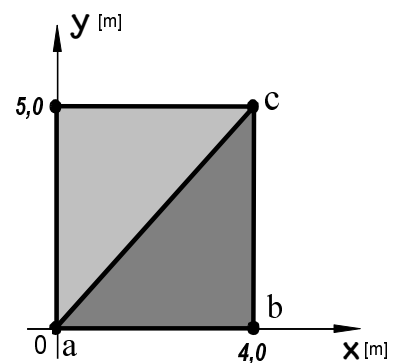


Refôrço: A placa ao lado tem densidade em cada ponto dada por

$$\sigma(x, y) = \frac{2}{125} xy^3. \quad [\text{kg/m}^2, \text{m}].$$

- (a) Calcule a massa total da placa.
 (b) Calcule qual a porcentagem da massa da placa que está na metade abc abaixo da diagonal.

Resp.: (a) $A=20\text{kg}$ (b) 33%



Exercício 2: A borda de uma placa metálica tem forma de uma espiral, descrita em coordenadas polares por $r = 1,5 e^{-\frac{2\theta}{3}}$. (as dimensões são dadas em centímetros)

Encontre a área envolvida pela primeira volta dessa espiral, $0 \leq \theta < 2\pi$

Resp.: $0,844\text{cm}^2$



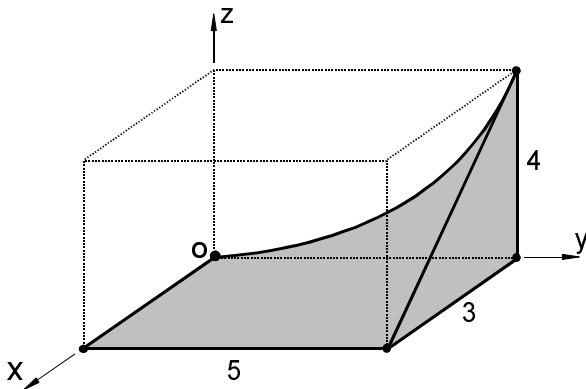
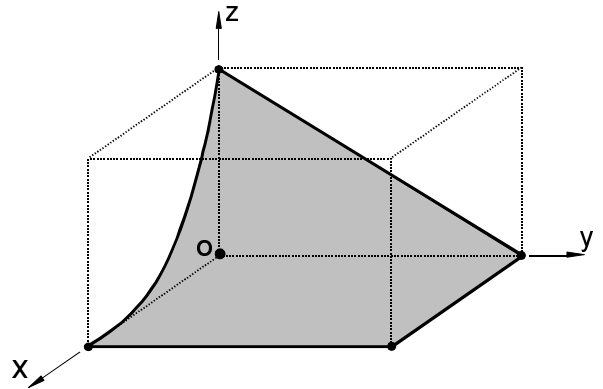
Refôrço: Refaça esse problema para quando a borda for dada por

$$r = 0,5 e^{\frac{3}{20}\theta}.$$

Resp.: $2,33\text{cm}^2$

Exercício 3: Calcule o volume do sólido da figura, delimitado pelos planos $x=0$, $y=0$, $z=0$ e pela superfície $z = 2(x-3)^2(1-y/5)$. A origem $(0,0,0)$ está no ponto O .

Resp.: 45



Refôrço: O sólido da figura é delimitado pelos planos $x=0$, $y=0$, $z=0$ e pela superfície $z = Ay^2(1-x/a)$. Encontre os valores das constantes A e a , e o volume desse sólido. A origem $(0,0,0)$ está no ponto O .

Resp.: $A = 4/25$; $a = 3$; volume = 10

Exercício 4: Uma cilindro oco de acrílico (densidade = $1,2 \text{ g/cm}^3$) tem raio externo 20cm, raio interno 18cm e altura 40cm. Calcule a energia cinética de rotação desse cilindro, em Joules, quando gira ao redor do seu eixo a 300rpm.

Resp.: 205 Joules

Refôrço: Uma esfera oca de acrílico (densidade = $1,2 \text{ g/cm}^3$) tem raio externo 15cm e raio interno 12cm. Calcule a energia cinética de rotação dessa esfera, em Joules, quando ela gira ao redor do seu diâmetro a 300rpm.

Resp.: 50,7 Joules

Exercício 5: Um cilindro maciço de raio R é fabricado de modo que a densidade λ do material diminui linearmente com a distância ρ ao eixo, de acordo com $\lambda = \left(1 - \frac{\rho}{R}\right) \times 4,5 \text{ g/cm}^3$. Se o comprimento desse cilindro é 50cm, qual deve ser o raio R de modo que a massa total seja 5kg?

Resp.: 4,61cm

Refôrço: Uma esfera maciça de raio R é fabricada de modo que a densidade λ do material diminui linearmente com a distância r ao centro, de acordo com $\lambda = \left(1 - \frac{r}{R}\right) \times 4,5 \text{ g/cm}^3$. Qual deve ser o raio R de modo que a massa total seja 5kg?

Resp.: 10,20cm