CÁLCULO FUNDAMENTAL

AULAS de 04 e 11 FEV 2014

Universidade São Francisco - Campinas/SP
1o sem 2014
Prof. Fabbri

1. Ementa
2. Avaliações
3. Atividades em sala: Calculadoras

HABILIDADES MATEMÁTICAS BÁSICAS MAIS IMPORTANTES PARA OS ENGENHEIROS

PRIMEIRA: Comparar números, nos vários formatos (decimal, frações, notação científica)

SEGUNDA: Fazer rapidamente e corretamente cálculos simples

TERCEIRA: Utilizar corretamente a calculadora científica

QUARTA: Utilizar a "regra de três" profissionalmente, e analisar suas limitações

QUINTA: Geometria básica: ângulos, triângulos, polígonos, circunferência

SEXTA: Cálculo de áreas e volumes

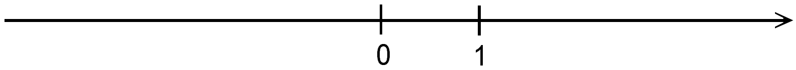
SÉTIMA: Dominar a função linear

OITAVA: Lidar com gráficos

NONA: Usar alguma álgebra elementar para lidar com fórmulas

DÉCIMA: Lidar com tabelas de fórmulas

A RETA NUMÉRICA



Define uma escala e uma orientação (régua).

EXERCÍCIOS COM NÚMEROS NATURAIS E INTEIROS

Naturais $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$ (há quem prefira excluir o zero dos naturais)
Inteiros $\mathbb{Z} = \{...., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$

1. Mostre que há uma correspondência biunívoca entre os naturais e os inteiros.

2. Marque dois números x e y quaisquer sobre a reta numérica. Em seguida, marque nessa mesma reta os números:
(a) $z = x + y$ (b) $m = x - y$ (c) $n = y - x$ (d) $k = 2x$ (e) $h = -3y$

3. Qual a distância entre os números 7 e -5?

4. Ilustre as propriedades abaixo com números:

(a)$x+y = x+y$ (b) $x-y = x+(-y)$ (c) $A(B+C) = A.B + A.C$ (d) $A.B.C = A.C.B = B.A.C = B.C.A = C.A.B = C.B.A$

(e) se $A = B$, então $A.C = B.C$ (f) se $x = y$, então $x+z = y+z$

5. Liste os dez primeiros números primos.

6. Decomponha os números seguintes em fatores primos:

(a) 12 (b) 180 (c) 252 (d) 3072

7. Em um retângulo, um lado é 2m maior que o outro. Se o perímetro é 52, qual a medida do lado maior?

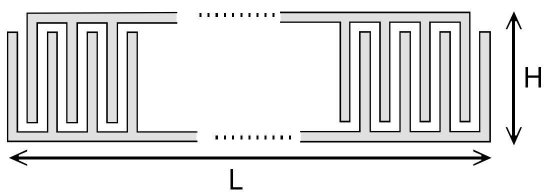
8. Quantos cm^2 cabem dentro de $1m^2$?

9. Um metro cúbico é equivalente a mil litros. Um mililitro de água tem massa de 1g. Quanto pesa $1m^3$ de água?

10. Encontre dois números cuja soma é 42 e a diferença 8.

11. Em um quintal há porcos e galinhas, totalizando 15 animais. Somando o número de patas de todos os animais, temos 44. Quantos são os porcos?

12. A peça ao lado é feita com trilhas de espessura 5μ. Todos os espaçamentos são de 4μ. A altura H vale 48μ. A parte inferior é fixa, e a parte superior é móvel. Deseja-se um total de 123 dentes móveis.



(a) Qual a medida do comprimento L?
(b) Se as trilhas forem feita com material de densidade $23{,}3\mu g/cm^2$, qual será a massa total dessa peça?

13. Um garoto brinca na escada rolante que sobe do primeiro ao segundo piso de um centro comercial. Quando sobe caminhando, ele conta 10 degraus e demora 20s para chegar ao topo. Quando desce correndo, conta 50 degraus e demora 30s para chegar ao pé da escada. Quantos são os degraus visíveis da escada rolante? *(Coleção PROFMAT, SBM)*

EXERCÍCIOS COM NÚMEROS RACIONAIS

Racionais: $\mathbb{Q}$ é o conjunto de todas as frações: números da forma $\frac{a}{b}$ (b $\neq$0)

14. Mostre que há uma correspondência biunívoca entre os racionais e os naturais. (!)

15. Marque os seguintes números em uma mesma reta numérica:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $-\frac{4}{5}$ (d) $\frac{11}{4}$ (e) $-\frac{31}{8}$

16. Efetue as operações, simplificando o resultado quando possível:

(a) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$ (b) $\frac{7}{8}-\frac{1}{3}+\frac{3}{5}$ (c) $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{2}{5}}$

17. Escreva todas as frações dos exercícios 15 e 16 na forma decimal.

18. Ilustre as propriedades abaixo com números:

(a) $A\left(\frac{B}{C}+\frac{D}{E}\right)=\frac{A.B}{C}+\frac{A.D}{E}=\frac{A.B.E+A.D.C}{C.E}=A\frac{B.E+D.C}{C.E}$

(b) $(A+B)=Z\left(\frac{A}{Z}+\frac{B}{Z}\right)$

ATENÇÃO: Alguma medidas técnicas usam $a\frac{b}{c}$ significando $a+\frac{b}{c}$.

Em fórmulas comuns e em matemática, $a\frac{b}{c}$ significa $a\times\frac{b}{c}=\frac{a.b}{c}$.

19. Um cano tem $2\frac{3}{4}''$ (polegadas). Expresse esse número como uma fração simples.

20. Se $\frac{1}{A}=\frac{1}{B}+\frac{1}{C}$, qual o valor de A quando B = 6 e C = 3? Mostre, também, que $A=\frac{B.C}{B+C}$.

21. Qual número é maior, 2,357 ou $\frac{755}{321}$? $\frac{5}{6}$ ou $\frac{6}{7}$? $\frac{n}{n+1}$ ou $\frac{n+1}{n+2}$?

22. Seja $a_n = \dfrac{a_{n-1} + a_{n-2}}{2}$, com a_1 = 2 e a_2 = 5. Encontre o valor de a_6. Represente esses números na reta numérica.

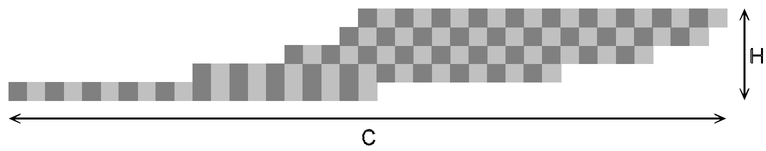
23. A figura abaixo é feita com 5 barras idênticas. As barras são feitas de placas quadrada em cores cinza. Se o comprimento de cada barra é L, então as dimensões C e H são, respectivamente,

(a) $\dfrac{33}{20}\text{L} \;\text{ e }\; \dfrac{1}{4}\text{L}$

(b) $\dfrac{39}{20}\text{L} \;\text{ e }\; \dfrac{1}{4}\text{L}$

(c) $\dfrac{39}{20}\text{L} \;\text{ e }\; \dfrac{1}{5}\text{L}$

(d) $\dfrac{33}{20}\text{L} \;\text{ e }\; \dfrac{1}{5}\text{L}$



24. Resolva (a) $\dfrac{3}{7}x + \dfrac{1}{6}x = 25$ (b) $x(x+2)(x-3) = 0$ (c) $\dfrac{5}{x} - 7 = \dfrac{6}{x} - 8$

25. Uma piscina tem dois ralos. Com apenas um deles aberto, ela é esvaziada em duas horas. Usando apenas o outro ralo, ela é esvaziada em três horas. Em quanto tempo ela será esvaziada com os dois ralos abertos?

Questão 41

Considere um número inteiro positivo tal que quatro quintos da soma desse número com 36 é igual à diferença entre o dobro desse número e 6. A soma dos algarismos do número considerado é

(A) 11. (B) 12. (C) 13. (D) 14. (E) 15.

<u>EXERCÍCIOS COM NÚMEROS REAIS</u>

Irracionais: números que não são racionais. ☺

(não vamos estudar a teoria dos números em detalhes aqui)

números algébricos: números que são raízes de algum polinômio. Exemplos: $3,\; -1,\; \sqrt{2}\;,\; \sqrt[3]{7},\; \dfrac{5}{7},\; 0$

números transcendentes: não são algébricos. Exemplos famosos: π, e, γ

Os transcendentes são necessariamente irracionais, mas nem todo irracional é transcendente.

Pode-se provar que os algébricos tem uma relação biunívoca com os naturais (podem ser contados!). Já os transcendentes, não. De certa forma, os transcendentes são a "maioria" dos números reais.

Reais: $\mathbb{R}$ é o conjunto de todos os números, incluindo racionais e irracionais.

26. Mostre que os números reais não tem uma correspondência biunívoca com os naturais.

27. Marque, numa mesma reta numérica, os números $\sqrt{2}, \pi, e, \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}, \sqrt[3]{7}, 5^{2/3}, -(0.75)^{-3}$

28. Ilustre as propriedades abaixo com números:

(a) $\left(\dfrac{A}{B}\right)^z = \dfrac{A^z}{B^z}$ (b) $\left(A^x\right)^y = A^{xy}$ (c) $A^{x/y} = \sqrt[y]{A^x} = (\sqrt[y]{A})^x = \left(A^x\right)^{1/y}$

29. Observe que a potenciação tem precedência sobre a multiplicação, de modo que $A^{x^y} \neq \left(A^x\right)^y$. Exemplifique.

30. Prove que $\sqrt{2}$ é irracional.

31. Ilustre as propriedades abaixo com números:

(a) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (b) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

32. Se $a > b$, então $ac > bc$? Ilustre.

33. Se $a^2 > 1$, então $a > 1$? Ilustre.

34. Se $a^2 \le b^2$, então $a \le b$? Ilustre.

35. Complete a expressão: $x^2 y - 3z = z\left(\qquad\right) = x^2\left(\qquad\right) = y\left(\qquad\right) = xy\left(\qquad\right)$

36. Um corredor, numa pista circular, percorre 200m por volta. Qual o diâmetro da pista?

37. Quantos cm^2 cabem num círculo de raio 0,5m?

38. Quantos litros cabem numa moringa esférica de raio 15cm?

39. Qual o lado do quadrado que tem a mesma área de uma superfície esférica de diâmetro 0,5m?

40. Os números de Fibonacci são definidos por $\phi_n = \phi_{n-1} + \phi_{n-2}$, onde $\phi_1 = \phi_2 = 1$.

(a) Escreva os primeiros quinze números de Fibonacci.

(b) Verifique que $\phi_n = \dfrac{1}{\sqrt{5}}\left\{\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right\}$
