

# Cálculo Integral

## *Exercícios de reforço para a segunda prova*

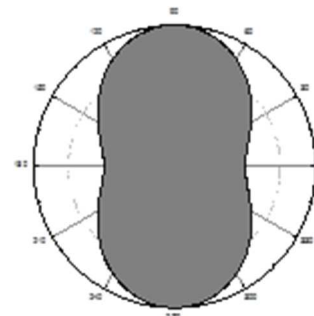
1º sem 2014 Prof. Fabbri

**Exercício 1:** Em coordenadas esféricas  $(r, \theta, \phi)$ , o diagrama de irradiação de um certo modelo de antena é dado por

$$I = \frac{I_0}{r^2} (1 + \sin^2 \theta), \quad 0 \leq \theta \leq \pi.$$

$I$  é o fluxo de energia em  $\text{kW/m}^2$ . Encontre o valor de  $I_0$  sabendo que a potência total irradiada é  $50\text{kW}$ .

Resp.:  $2,39\text{kW}$



**Reforço:** Repita se o diagrama seguisse  $I = \frac{I_0}{r^2} \cos^2 2\theta, \quad 0 \leq \theta \leq \pi.$

Sugestão:  $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$  Resp.:  $8,53\text{kW}$

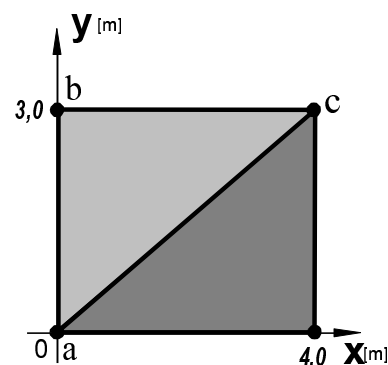
**Exercício 2:** A placa ao lado tem densidade em cada ponto dada por

$$\sigma(x, y) = \frac{5}{6} x^2 y^3. \quad [\text{kg/m}^2, \text{m}].$$

(a) Calcule a massa total da placa.

(b) Calcule qual a porcentagem da massa da placa que está na metade abc acima da diagonal.

Resp.: (a)  $A=360\text{kg}$  (b)  $57\%$



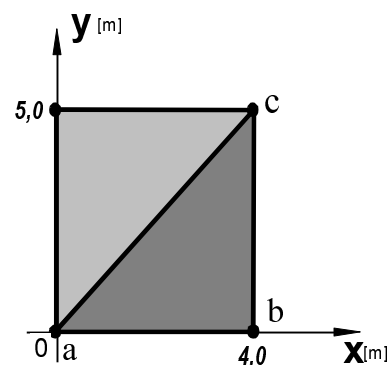
**Reforço:** A placa ao lado tem densidade em cada ponto dada por

$$\sigma(x, y) = \frac{2}{125} (x^2 + y). \quad [\text{kg/m}^2, \text{m}].$$

(a) Calcule a massa total da placa.

(b) Calcule qual a porcentagem da massa da placa que está na metade abc abaixo da diagonal.

Resp.: (a)  $A=2,51\text{kg}$  (b)  $61,7\%$



**Exercício 3:** Calcule o comprimento da parábola  $y = 2x^2 + 3x + 1$  entre os pontos com  $x=0$  e  $x=1$ .

Use, se necessário, o resultado abaixo:

$$\int \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{x\sqrt{a^2 + x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2})$$

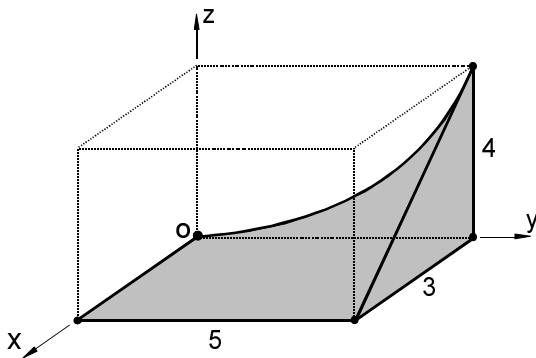
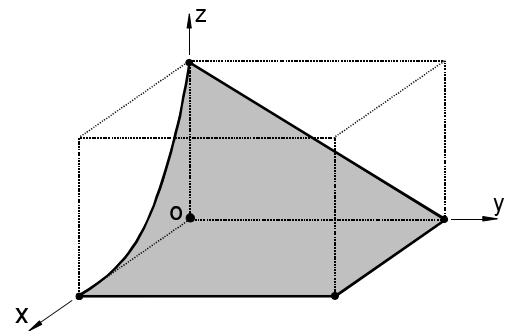
Resp.: 5,1045

**Reforço:** Repita para a parábola  $y = -3x^2 + 2x + 5$ , entre  $x = -2$  e  $x=1$ .

Resp.: 18,20167

**Exercício 4:** Calcule o volume do sólido da figura, delimitado pelos planos  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $z=0$  e pela superfície  $z = 2(x-3)^2(1-y/5)$ . A origem  $(0,0,0)$  está no ponto **O**.

Resp.: 45



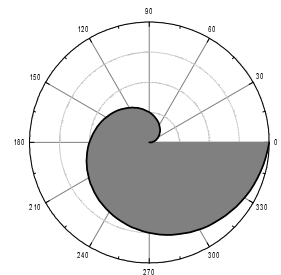
**Reforço:** O sólido da figura é delimitado pelos planos  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $z=0$  e pela superfície  $z = Ay^2(1-x/a)$ . Encontre os valores das constantes  $A$  e  $a$ , e o volume desse sólido. A origem  $(0,0,0)$  está no ponto **O**.

Resp.:  $A = 4/25$ ;  $a = 3$ ; volume = 10

**Exercício 5:** Uma placa de massa 800g tem a sua borda descrita, em coordenadas polares, pela equação:

$$r = 22\theta / \pi, \quad 0 \leq \theta < 2\pi, \quad \theta \text{ em radianos, } r \text{ em centímetros}$$

- Calcule a área dessa placa.
- Calcule a energia de rotação dessa placa, em Joules, quando ela gira a 350rpm em torno do eixo  $z$  (perpendicular ao plano da placa pela origem) (considere que a placa é homogênea)



Resp: (a)  $S = 1936\pi/3 \cong 2027,4\text{cm}^2$  (b) 112,4kJ

**Reforço:** Repita a questão anterior se a borda da placa é descrita pela equação:

$$r = 5e^{\theta/\pi}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad r \text{ em centímetros}$$

Resp: (a)  $S = 1052,4\text{cm}^2$  (b) 1,87GJ