# Cálculo Numérico e Computacional

## *Exercícios de reforço para a primeira prova*

*1º sem 2014    Prof. Fabbri*

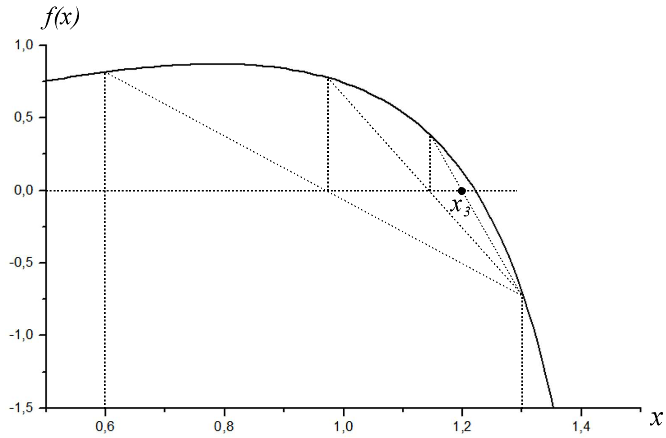
---

**<u>NÃO SERÁ PERMITIDO O USO DE COMPUTADORES DURANTE A PROVA. TODOS OS CÁLCULOS DEVEM SER FEITOS EM UMA CALCULADORA CIENTÍFICA.</u>**

**<u>Exercício 1</u>:** Utilize a técnica de bissecção para encontrar a raiz de $f(x) = 5e^{-2x} - x^2$, com três significativos, iniciando no intervalo [0,1]. Monte uma tabela com os valores intermediários. Quantas iterações são necessárias? *Resp.: 0,905; 10 iterações*

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0 | 0,5 | 0,75 | 0,875 | | | 0,891 | 0,8985 | 0,902 | 0,904 |
| $f(x_1)$ | 5 | 1,59 | 0,55 | 0,10 | | | 0,048 | 0,022 | 0,0096 | 0,0027 |
| $x_2$ | 1 | | | | 0,9375 | 0,906 | | | | |
| $f(x_2)$ | −0,32 | | | | −0,11 | −0,0042 | | | | |
| $x_0$ | 0,5 | 0,75 | 0,875 | 0,9375 | 0,906 | 0,891 | 0,8985 | 0,902 | 0,904 | 0,905 |
| $f(x_0)$ | 1,59 | 0,55 | 0,10 | −0,11 | −0,0042 | 0,048 | 0,022 | 0,0096 | 0,0027 | −0,00075 |

**<u>Exercício 2</u>:** O gráfico mostra os três primeiros passos na procura de uma raiz de $f(x) = 2x + 0,3 - \tan(x)$, pelo método da posição falsa. Qual o valor de $x_3$ ? *(resposta com três significativos)* *Resp.: 1,20*

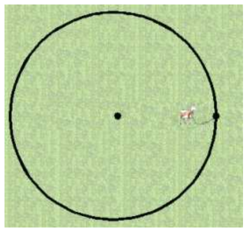


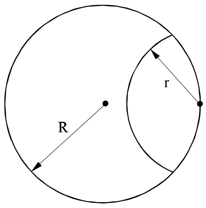

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0,6 | 0,97623 | 1,14596 |
| $f(x_1)$ | 0,81586 | 0,77358 | 0,38142 |
| $x_2$ | 1,3 | | |
| $f(x_2)$ | −0,70210 | | |
| $x_0$ | 0,97623 | 1,14596 | 1,2002 |
| $f(x_0)$ | 0,77358 | 0,38142 | 0,12672 |

**<u>Exercício 3</u>:** O polinômio $f(x) = x^3 + x^2 - 7x$ tem uma raiz próxima de 2,3. Refine essa raiz para três significativos utilizando o método de Newton-Raphson. *Resp.: 2,19*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x_0$ | 2,3 | 2,1993 | 2,1926 | 2,1926 |
| $f(x_0)$ | 1,357 | 0,079660 | 0,00020777 | |
| $f'(x_0)$ | 13,47 | 11,909 | 11,808 | |

**Exercício 4**: Uma cabra está amarrada por uma corda de comprimento $r$ à cerca de um terreno circular gramado de raio $R$. A área $S$ de grama que a cabra pode comer pode ser encontrada utilizando as equações abaixo:



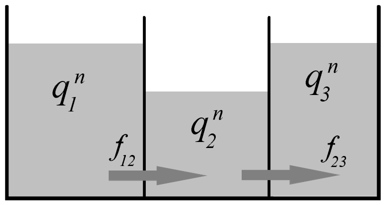



$$\begin{cases} S = (\pi - \theta)R^2 \\ \theta = (2-q^2)\cos^{-1}\left(\dfrac{q}{2}\right) + \dfrac{q}{2}\sqrt{4-q^2} \\ q = \dfrac{r}{R} \quad (0 \le q \le 2) \end{cases}$$

Quantos metros quadrados de grama a cabra comerá se for amarrada por uma corda de três metros à cerca de um terreno circular com vinte e cinco metros de diâmetro?

*Resp.: 13,4m² de grama*

**Exercício 5**: Na figura, $q_i^n$ , para $i = 1,2,3$ representam as quantidades de líquido nos três reservatórios *1*, *2* e *3* em um dado instante de tempo *n*. Entre dois instantes consecutivos *n* e *n+1*, a quantidade de líquido que passa do reservatório *i* para o reservatório *j* é dada por $f_{ij}$ . A quantidade total de líquido que há em todos os três reservatórios não muda.




(a) Escreva, para cada reservatório, uma equação que fornece a quantidade de líquido no mesmo, no instante $n+1$, a partir dos valores no instante $n$ e de $f_{ij}$ .

(b) Suponha um modelo linear explícito para o transporte $\begin{cases} f_{12} = \alpha(q_1^n - q_2^n) \\ f_{23} = \beta(q_2^n - q_3^n) \end{cases}$ . Determine as quantidades $q_i^{n+1}$ para $(q_1^n, q_2^n, q_3^n) = (1, 0.8, 0.4)$ , α=0.2 e β=0.3

*Resp.: 0.96, 0.72, 0.52*

(c) Repita os cálculos adotando um modelo linear implícito para o transporte $\begin{cases} f_{12} = \alpha(q_1^{n+1} - q_2^{n+1}) \\ f_{23} = \beta(q_2^{n+1} - q_3^{n+1}) \end{cases}$ .

*Resp.: 0.9596, 0.7578, 0.4826*