

EXERCÍCIOS DE VETORES E ÁLGEBRA LINEAR

Compilação do 2º bimestre de 2015

Exercício 1 Para quais valores de α os vetores $\vec{A} = (1, 1, 1)$, $\vec{B} = (-1, 1, 2)$ e $\vec{C} = (5, -1, \alpha)$ formam uma base do \mathbf{R}^3 ?

Resp.: $\alpha \neq -4$

Exercício 2 Determine o vetor das coordenadas de $(-8, -6, 2, 2)$ na base $\{(-1, 0, 0, 0), (1, -1, 0, 0), (1, 1, -1, 0), (1, 1, 1, -1)\}$ do \mathbf{R}^4 .

Resp.: $(2, 0, -4, -2)$

Exercício 3 Dadas as matrizes triangulares $\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$, seja $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ tal que

$\mathbf{LY} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, e $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ tal que $\mathbf{UX} = \mathbf{Y}$. Calcule a soma $S = \sum_{i=1}^3 x_i y_{4-i}$.

Resp.: -68

Exercício 4 Resolva o sistema $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ \alpha x - y + 2z = 2 \\ -x + 2y - 3z = 1 \end{cases}$ pela regra de Cramer, obtendo x , y e z em função de α .

Para quais valores de α teremos $x \cdot y \cdot z = 0$?

Resp.: $\frac{(10, 2(5\alpha - 6), 5(\alpha - 2))}{5\alpha - 4}$; $\alpha = 1, 2$ ou $\alpha = 2$

Reforço: Repita o exercício com o sistema $\begin{cases} x - 3y + 4z = 2 \\ \alpha y - 2z = 1 \\ 2x + y + 2z = 0 \end{cases}$.

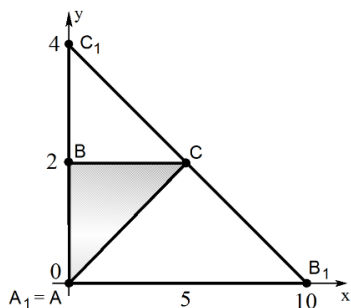
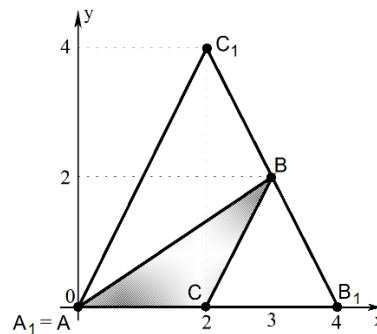
Resp.: $\frac{[2(2\alpha + 7), -14, -(4\alpha + 7)]}{2(7 - 3\alpha)}$; $\alpha = -3, 5$ ou $\alpha = -1, 75$

Exercício 5 O sistema linear $\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ x + 3y + z = 11 \\ 2x + 5y - 4z = 13 \\ 2x + 6y + 2z = 22 \end{cases}$

- (a) é determinado, e a soma $x + y + z$ vale 5
- (b) tem uma única solução, e a soma $x + y + z$ vale 12
- (c) é impossível (inconsistente)
- (d) é indeterminado, e as soluções são da forma $(x, 2x, 3x)$
- (e) é indeterminado, e as soluções são da forma $(x, 3x, -2x)$

Exercício 6 Escreva uma transformação linear **T** que mapeie o triângulo ABC no triângulo A₁B₁C₁. Qual o valor de det(**T**)?

Resp.: $\begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}; -4$



Reforço: Repita o exercício com os triângulos ao lado.

Resp.: $\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 4/5 & 0 \end{pmatrix}; -4$

Exercício 7 Exercícios 18 e 19 da 2a série.